

Funkcje tworzące

1. Znajdź funkcję tworzącą ciągu $7, 7, 8, 7, 7, 7, 7, \dots$
2. Znajdź funkcję tworzącą ciągu $0, 1, 4, 9, 16, \dots$
3. Znajdź wzór jawny ciągu, którego funkcja tworząca to:
 - a) $f(x) = \frac{4}{5-x}$,
 - b) $f(x) = \frac{1}{8x^2-6x+1}$,
 - c) $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$,
 - d) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
4. Znajdź funkcję tworzącą ciągu rekurencyjnego zadanego zależnością:
 - a) $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 16n + 8, n \geq 2, a_0 = 3, a_1 = 9$,
 - b) $b_n = 2b_{n-1} + b_{n-2} - 2b_{n-3} + 15 \cdot 4^{n-1}, n \geq 3, b_0 = 4, b_1 = -6, b_3 = 64$.
5. Wiedząc, że $A(x)$ jest funkcją tworzącą ciągu a_n , znajdź funkcję tworzącą ciągu b_n :
 - a) $b_n = na_n + 3$,
 - b) $b_n = a_{n+1} + 3n, a_0 = 0$.
6. Niech a_i oznacza liczbę i -cyfrowych liczb naturalnych, w których liczby wystąpień cyfr 1 i 4 są parzyste, liczby wystąpień cyfr 2 i 3 są nieparzyste, może występować cyfra 7, ale żadna inna poza wymienionymi. Skonstruuj funkcję tworzącą dla ciągu $(a_i)_{i=1}^{\infty}$. Znajdź a_5 .
7. Znajdź funkcję tworzącą ciągu, którego n -ty wyraz jest liczbą całkowitoliczbowych nieujemnych rozwiązań równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = n$, takich, że $x_2 \geq 2, x_3 \leq 5$, a x_4 jest parzyste.